



گزینه ۴

۱

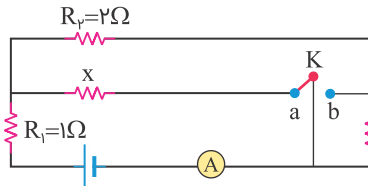
$$\left. \begin{aligned} 60\Omega \parallel 40\Omega &\Rightarrow \frac{60 \times 40}{60 + 40} = 24\Omega \\ 20\Omega \parallel 80\Omega &\Rightarrow \frac{20 \times 80}{20 + 80} = 16\Omega \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{سری}} 24 + 16 = 40\Omega$$

$$40\Omega \parallel 40\Omega \Rightarrow \frac{40 \times 40}{40 + 40} = 20\Omega \Rightarrow R_T = 20\Omega$$

گزینه ۴

۲

باتوجه به اینکه آمپرسنج در هر دو حالت اعداد یکسانی را نشان می‌دهد و طبق رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r}$ ، چون نیرو محرکه باتری و مقاومت داخلی مقدار ثابتی است. پس در هر دو حالت معادل مقاومت‌های خارجی باید باهم برابر باشد: حالت اول:

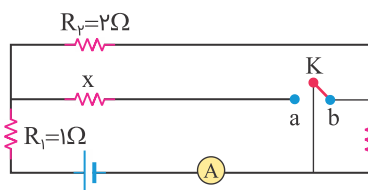


$$\text{متوالی: } R_3, R_2 \Rightarrow R_{23} = 6\Omega$$

$$\text{متوالی: } R_x, R_{23} \Rightarrow R_{23x} = \frac{6x}{6+x}$$

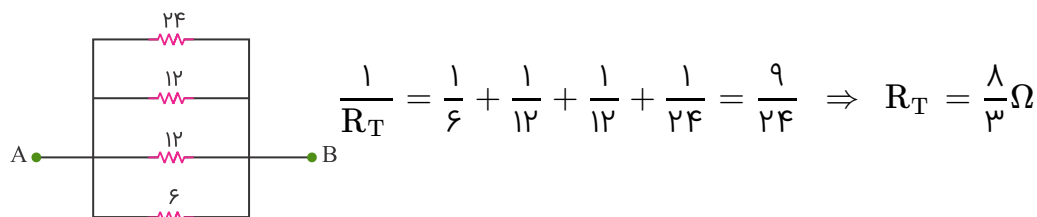
$$\text{متوالی: } R_1, R_{23x} \Rightarrow R_{123x} = \frac{6x}{6+x} + 1$$

حالت دوم: R_x و R_3 (به دلیل اتصال کوتاه) در مدار نمی‌مانند؛ پس R_{eq2} برابر با 3Ω می‌شود:



$$\frac{6x}{6+x} + 1 = 3 \Rightarrow x = 3\Omega$$

دو نقطه A و C بر روی یک سیم قرار دارند پس هر مقاومت دیگری که دو سر آن A و C باشند، اتصال کوتاه می‌شوند. پس مقاومت معادل بین A و C برابر صفر است. برای محاسبه مقاومت معادل B و A مدار را ساده می‌کنیم.



با کاهش مقاومت رئوستا، مقاومت معادل کل مدار کاهش می‌یابد و جریان کل مدار افزایش پیدا می‌کند؛ پس عدد آمپر متر (۲) افزایش می‌یابد.

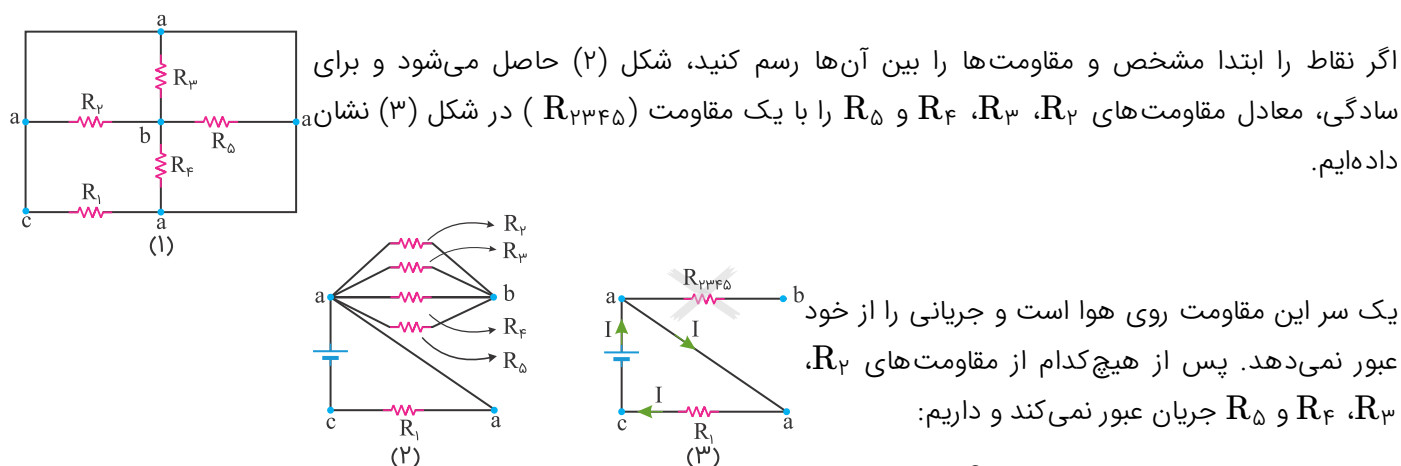
با افزایش جریان کل مدار، ولتاژ مقاومت R_1 نیز افزایش می‌یابد ($V_1 = R_1 I_1$). باتوجه به موازی بودن لامپ و مقاومت R_2 و رئوستا، هر سه دارای ولتاژ یکسانی هستند:

ثابت $\varepsilon = \uparrow V_1 + V_2 \Rightarrow V_2$ کاهش می‌یابد (ولتاژ سه شاخه موازی)

در نهایت با کاهش ولتاژ لامپ و شاخه مقاومت R_2 و ثابت بودن مقاومت‌های آن‌ها، نور لامپ و جریان عبوری از آمپر متر (۱) هر دو کاهش می‌یابد.

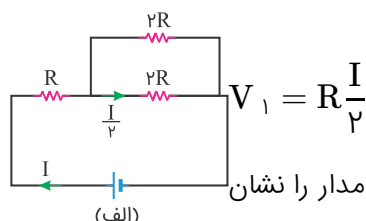
وقتی یک سیم سرتاسری در مدار دارید، حتماً از روش نقطه‌گذاری استفاده کنید. به این ترتیب که همه نقاط روی سیم را با یک نماد مثل a نشان دهید. در شکل زیر (۱) فرض کرده‌ایم، مقاومت‌های داخل شبکه در نقطه b به هم گره خورده‌اند.

اگر نقاط را ابتدا مشخص و مقاومت‌ها را بین آن‌ها رسم کنید، شکل (۲) حاصل می‌شود و برای سادگی، معادل مقاومت‌های R_2, R_3, R_4 و R_5 را با یک مقاومت (R_{2345}) در شکل (۳) نشان داده‌ایم.

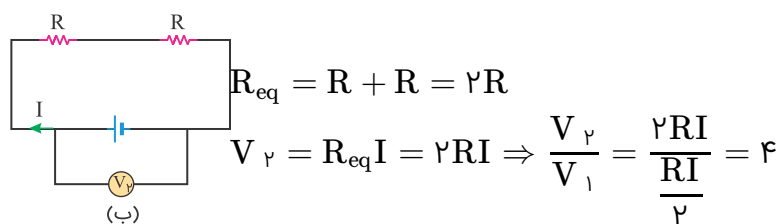


$$I = \frac{\varepsilon}{R_1} = \frac{6}{20} = 0.3 \text{ A}$$

گام اول: همان طور که در شکل (الف) می بینید، جریان مدار بین مقاومت های موازی ($2R$) تقسیم می شود؛ بنابراین اگر جریان مدار I باشد، از مقاومت متصل به ولت سنج V_1 جریان $\frac{I}{2}$ عبور می کند:



گام دوم: در شکل (ب) مدار را یک مرحله دیگر ساده کرده ایم. ولت سنج اختلاف پتانسیل دو سر مدار را نشان می دهد:



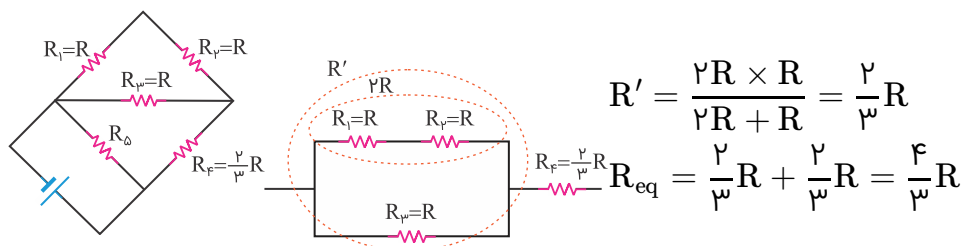
گام اول: باتوجه به اینکه جریان عبوری از مولد برابر با مجموع دو جریان عبوری از R_1 و 4Ω است، جریان عبوری از باتری $I = 1 + 0.5 = 1.5\text{ A}$ است.

گام دوم: طبق رابطه $V = RI$ ، مقاومت معادل مدار را به دست می آوریم:

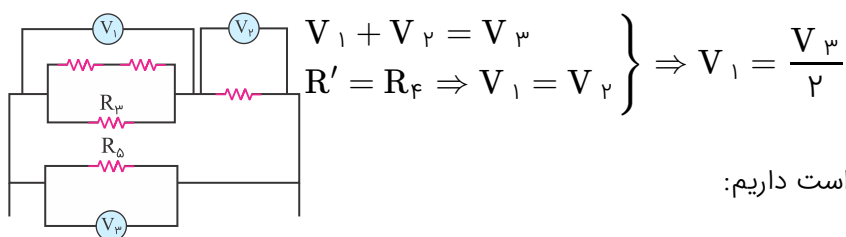
$$V = R_{eq}I \Rightarrow 30 = R_{eq} \times 1.5 \Rightarrow R_{eq} = 20\Omega$$

با افزایش مقاومت رئوستا، مقاومت معادل افزایش یافته و در نتیجه جریان کل مدار کم می شود، پس آمپرسنج A_1 ، عدد کوچکتر را نشان می دهد. از رابطه $V = \mathcal{E} - rI$ با کاهش جریان اختلاف پتانسیل دو سر مولد و در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 ، افزایش می یابد و از رابطه $V = RI$ چون مقاومت R_2 ثابت و ولتاژ دو سرش زیاد شده پس جریان این مقاومت زیاد شده و آمپرسنج A_2 جریان بزرگتری را نشان می دهد.

گام اول: در شاخه بالا مقاومت معادل را به دست می‌آوریم:



گام دوم: اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_3 ، نصف اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_5 است:

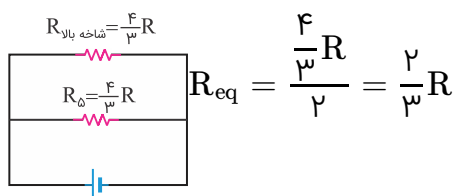


گام سوم: از اینکه توان مقاومت R_3 ، $\frac{1}{3}$ توان R_5 است داریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P_3}{P_5} = \left(\frac{V_3}{V_5} \right)^2 \left(\frac{R_5}{R_3} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{2} \right)^2 \times \frac{R_5}{R} \Rightarrow R_5 = \frac{4}{3}R$$

گام آخر: حال مقاومت معادل را به دست می‌آوریم:



با تقسیم سیم یکنواخت ۱۲ اهمی به چهار قسمت مساوی، مقاومت هر قسمت ۳۰Ω می‌شود ($R = \rho \frac{L}{A}$).
مقاومت بخش‌های کشیده شده، پس از کشیدن ۴ برابر می‌شود:

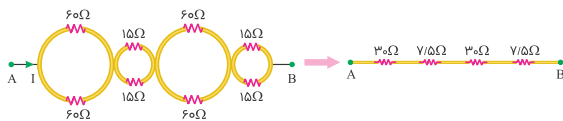
$$V = AL \Rightarrow V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \xrightarrow{L_2 = 2L_1} A_2 = \frac{1}{2} A_1$$

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$\begin{matrix} \times 2 \\ \uparrow \\ L \\ \downarrow \\ \times \frac{1}{2} \end{matrix}$

در نهایت: $R \times 4$

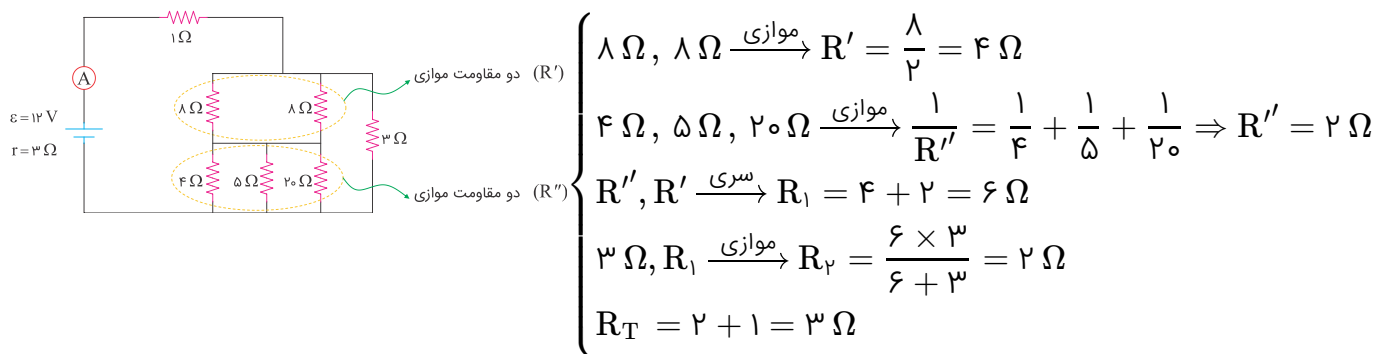
یعنی دو بخش ۳۰ اهمی و دو بخش ۱۲ اهمی خواهیم داشت که پس از تبدیل شدن به حلقه:



در این صورت مقاومت معادل کل مجموعه برابر می‌شود با:

$$R_{eq} = 30 + 7/5 + 30 + 7/5 = 75\Omega$$

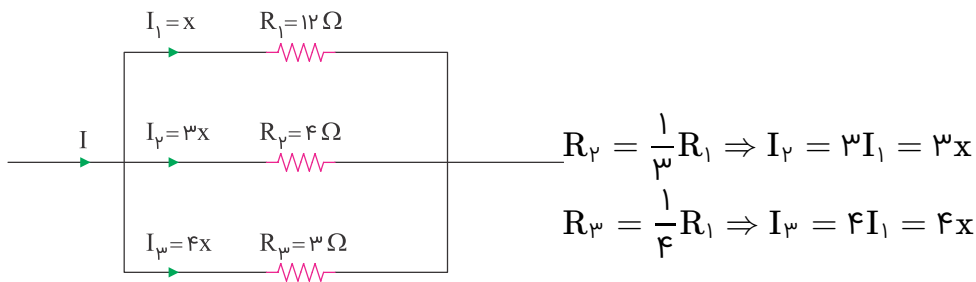
برای حل نیاز است بتوانیم مقاومت معادل مدار را سریع حساب کنیم. به روند زیر دقت کنید:



$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} \xrightarrow{\varepsilon=12V, r=3\Omega, R_T=3\Omega} I = \frac{12}{3+3} = 2(A)$$

عدد آمپرسنج: $I = 2(A)$

برای تعیین جریان هر شاخه باید از قاعده تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی استفاده کنیم. پس جریان مقاومت بزرگ‌تر را برابر x قرار می‌دهیم. حال مقاومت‌های موازی با این مقاومت، به همان نسبت که مقاومت کوچک‌تری دارند، جریان بزرگ‌تری خواهند داشت:



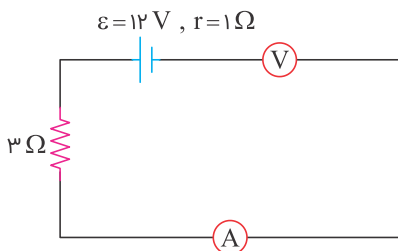
بنابراین باتوجه به اینکه توان مصرفی مقاومت R_1 برابر 3 W است، داریم:

$$P_{12\Omega} = 3\text{ W} \Rightarrow R_1 I_1^2 = 3\text{ W} \Rightarrow 12x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{جذر}} x = \frac{1}{2}\text{ A}$$

حال با استفاده از قاعده انشعاب، جریان I را تعیین می‌کنیم:

$$I = x + 3x + 4x = 8x \xrightarrow{x=\frac{1}{2}\text{ A}} I = 8 \times \frac{1}{2} = 4\text{ A}$$

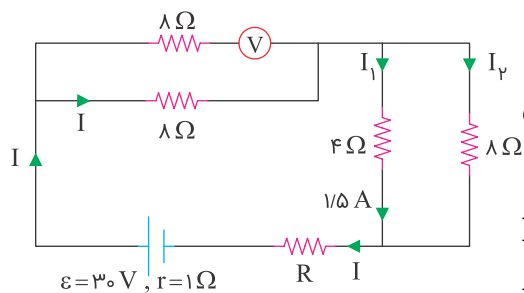
مقاومت الکتریکی آمپرسنج آرمانی، صفر است، بنابراین مقاومت 2 اهمی اتصال کوتاه شده و مدار به صورت زیر می‌شود:



ازطرفی چون مقاومت ولت‌سنج بسیار زیاد است، پس جریان در مدار برقرار نمی‌شود و آمپرسنج عدد صفر و ولت‌سنج مقدار $\mathcal{E}$ را نشان می‌دهد.

هر چهار مقاومت با یکدیگر موازی‌اند.

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{20} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} = \frac{6}{20\Omega} \Rightarrow R_T = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}\Omega$$



مقاومت ۴ اهمی با مقاومت معادل ۶Ω و ۲Ω موازی هستند؛ پس اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر هستند.

$$I_1 \times 4 = I_2 \times 8 \Rightarrow 1/5 \times 4 = I_2 \times 8 \Rightarrow I_2 = 0.75A$$

$$I = I_1 + I_2 = 1/5 + 0.75 = 2/25A$$

ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 8Ω که از آن جریان $I = 1/125A$ عبور کرده را نشان می‌دهد.

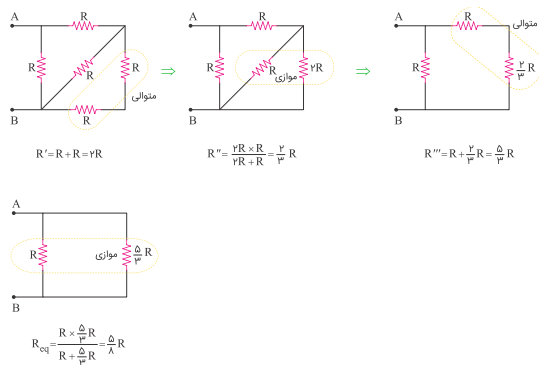
$$V = 8 \times I = 8 \times 1/125 = 9V$$

$$\left. \begin{aligned} 3 \parallel 6 &\Rightarrow \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2\Omega \\ 20 \parallel 80 &\Rightarrow \frac{20 \times 80}{20 + 80} = 16\Omega \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{سری}} 2 + 16 = 18\Omega$$

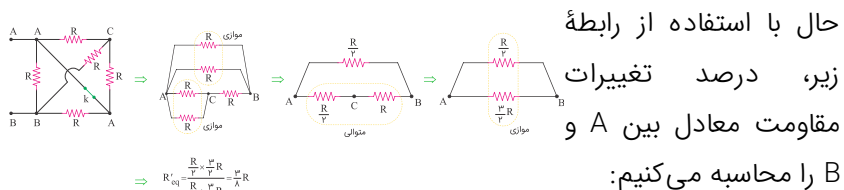
$$18\Omega \parallel 6\Omega \Rightarrow \frac{18 \times 6}{18 + 6} = 4.5\Omega$$

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow I = \frac{V}{R} = \frac{180}{4.5} = 40A$$

در حالت اول که کلید K قطع است، مدار به صورت شکل زیر درمی آید.



در حالت دوم، با وصل کلید K، تشخیص موازی یا متوالی بودن مقاومت‌ها کمی سخت می‌شود. بنابراین از روش نام‌گذاری گره‌ها استفاده می‌کنیم:



حال با استفاده از رابطه

زیر، درصد تغییرات

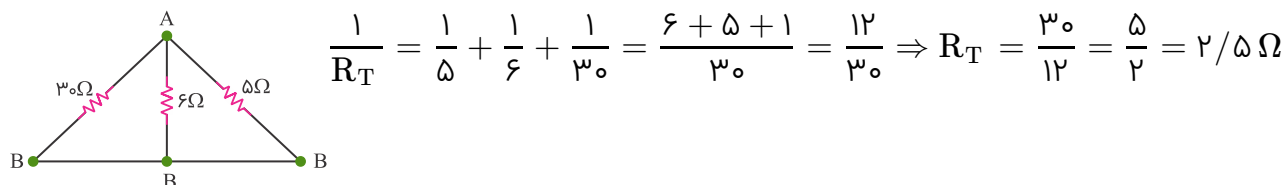
مقاومت معادل بین A و B

را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{R'_{eq} - R_{eq}}{R_{eq}} \times 100 = \frac{\frac{3}{8}R - \frac{5}{8}R}{\frac{5}{8}R} \times 100 = -40\%$$

بنابراین مقاومت معادل ۴۰٪ کاهش یافته است.

در اصل سه مقاومت موجود در مدار باهم موازی‌اند.



می‌توان از وجود دو مقاومت سمت راست که یک سرشان در مدار وصل نیست صرف‌نظر کرد.

